

## MATEMÁTICAS II

(O/A estudante debe responder soamente as preguntas dunha das opcións. A puntuación máxima por preguntas é a seguinte: 1.ª pregunta: **2 puntos**; 2.ª pregunta: **3 puntos**; 3.ª pregunta: **3 puntos**; 4.ª pregunta: **2 puntos**).

### OPCIÓN A

- Dá resposta aos apartados seguintes:
  - Supoñendo que  $A$  e  $X$  son matrices cadradas e que  $A + I$  é invertible, despeza  $X$  na ecuación  $A - X = AX$ .
  - Se  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ , calcula  $X$  tal que  $A - X = AX$ .
- Dá resposta aos apartados seguintes:
  - Mediante integración por partes, demostra que  $\int \ln x \, dx = x(\ln x - 1) + C$ . Logo, demostra a mesma igualdade mediante derivación.
  - Se  $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{se } x \in (0, e], \\ ax + b & \text{se } x \in (e, \infty), \end{cases}$  di que relación ten que existir entre os parámetros  $a$  e  $b$  para que  $f$  sexa continua e cales teñen que ser os seus valores para que  $f$  sexa derivable.
  - Calcula a área da rexión encerrada polo eixe  $X$ , a recta  $x = 4$  e a gráfica de  $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{se } x \in (0, e], \\ \frac{x}{e} & \text{se } x \in (e, \infty). \end{cases}$
- Pídese:
  - Calcular o ángulo do intervalo  $[0^\circ, 90^\circ]$  que forman os vectores  $\vec{u} \left( -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right)$  e  $\vec{v} \left( -\frac{1}{2}, \frac{-1+\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$ .
  - Obter a ecuación implícita do plano que pasa polo punto  $P(1, -3, 0)$  e é perpendicular á recta  $\begin{cases} x - y + 2z = 1, \\ y - z = 0. \end{cases}$
  - Calcular a distancia do punto  $Q(1, 1, 1)$  ao plano  $\pi: -x + y + z + 4 = 0$  e o punto simétrico de  $Q$  respecto a  $\pi$ .
- Dá resposta aos apartados seguintes:
  - O 40% dos habitantes dunha certa comarca teñen camelias, o 35% teñen rosas e o 21% teñen camelias e rosas. Se se elixe ao azar a un habitante desa comarca, calcular as cinco probabilidades seguintes: de que teña camelias ou rosas; de que non teña nin camelias nin rosas; de que teña camelias, sabendo que ten rosas; de que teña rosas, sabendo que ten camelias; e de que soamente teña rosas ou soamente teña camelias.
  - Se nun auditorio hai 50 persoas, cal é a probabilidade de que polo menos 2 teñan nacido no mes de xaneiro?

### OPCIÓN B

- Dá resposta aos apartados seguintes:
  - Discute, segundo os valores do parámetro  $m$ , o seguinte sistema: 
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 0, \\ my + (3 - m)z = -6, \\ 2x - y + mz = 6. \end{cases}$$
  - Resólveo, se é posible, nos casos  $m = 0$  e  $m = 4$ .
- Considérese a función  $f(x) = x^2 e^{-x}$ . Pídese:
  - Calcular os límites  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
  - Determinar intervalos de crecemento e de decrecemento, extremos relativos e puntos de inflexión.
  - Calcular  $\int f(x) dx$ .
- Dá resposta aos apartados seguintes:
  - Estuda a posición relativa dos planos  $\pi_1: mx - y + 2 = 0$  e  $\pi_2: 2x + 3y = 0$  en función do parámetro  $m$ .
  - Obtén a ecuación implícita do plano que pasa polos puntos  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(1, 0, 1)$  e  $C(0, 1, 0)$ .
  - Calcula o punto simétrico do punto  $P(1, 2, 3)$  con respecto ao plano  $\pi: -x + z = 0$ .
- Dá resposta aos apartados seguintes:
  - Sexan  $A$  e  $B$  dous sucesos dun mesmo espazo mostral. Calcula  $P(A)$  se  $P(B) = 0.8$ ,  $P(A \cap B) = 0.2$  e  $P(A \cup B)$  é o triplo de  $P(A)$ .
  - Nun determinado lugar, a temperatura máxima durante o mes de xullo segue unha distribución normal de media  $25^\circ\text{C}$  e desviación típica  $4^\circ\text{C}$ . Calcula a probabilidade de que a temperatura máxima dun certo día estea comprendida entre  $21^\circ\text{C}$  e  $27.2^\circ\text{C}$ . En cantos días do mes se espera que a temperatura máxima permaneza dentro dese rango?

## MATEMÁTICAS II

(El/La estudiante debe responder solamente las preguntas de una de las opciones. La puntuación máxima por preguntas es la siguiente: 1.ª pregunta: 2 puntos; 2.ª pregunta: 3 puntos; 3.ª pregunta: 3 puntos; 4.ª pregunta: 2 puntos).

### OPCIÓN A

- Da respuesta a los apartados siguientes:
  - Suponiendo que  $A$  y  $X$  son matrices cuadradas y que  $A + I$  es invertible, despeja  $X$  en la ecuación  $A - X = AX$ .
  - Si  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ , calcula  $X$  tal que  $A - X = AX$ .
- Da respuesta a los apartados siguientes:
  - Mediante integración por partes, demuestra que  $\int \ln x \, dx = x(\ln x - 1) + C$ . Luego, demuestra la misma igualdad mediante derivación.
  - Si  $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \in (0, e], \\ ax + b & \text{si } x \in (e, \infty), \end{cases}$  di qué relación tiene que existir entre los parámetros  $a$  y  $b$  para que  $f$  sea continua y cuáles tienen que ser sus valores para que  $f$  sea derivable.
  - Calcula el área de la región encerrada por el eje  $X$ , la recta  $x = 4$  y la gráfica de  $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \in (0, e], \\ \frac{x}{e} & \text{si } x \in (e, \infty). \end{cases}$
- Se pide:
  - Calcular el ángulo del intervalo  $[0^\circ, 90^\circ]$  que forman los vectores  $\vec{u} \left( -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right)$  y  $\vec{v} \left( -\frac{1}{2}, \frac{-1+\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$ .
  - Obtener la ecuación implícita del plano que pasa por el punto  $P(1, -3, 0)$  y es perpendicular a la recta  $\begin{cases} x - y + 2z = 1, \\ y - z = 0. \end{cases}$
  - Calcular la distancia del punto  $Q(1, 1, 1)$  al plano  $\pi: -x + y + z + 4 = 0$  y el punto simétrico de  $Q$  respecto a  $\pi$ .
- Da respuesta a los apartados siguientes:
  - El 40% de los habitantes de una cierta comarca tienen camelias, el 35% tienen rosas y el 21% tienen camelias y rosas. Si se elige al azar a un habitante de esa comarca, calcular las cinco probabilidades siguientes: de que tenga camelias o rosas; de que no tenga ni camelias ni rosas; de que tenga camelias, sabiendo que tiene rosas; de que tenga rosas, sabiendo que tiene camelias; y de que solamente tenga rosas o solamente tenga camelias.
  - Si en un auditorio hay 50 personas, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos 2 hayan nacido en el mes de enero?

### OPCIÓN B

- Da respuesta a los apartados siguientes:
  - Discute, según los valores del parámetro  $m$ , el siguiente sistema: 
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 0, \\ my + (3 - m)z = -6, \\ 2x - y + mz = 6. \end{cases}$$
  - Resuélvelo, si es posible, en los casos  $m = 0$  y  $m = 4$ .
- Considérese la función  $f(x) = x^2 e^{-x}$ . Se pide:
  - Calcular los límites  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
  - Determinar intervalos de crecimiento y de decrecimiento, extremos relativos y puntos de inflexión.
  - Calcular  $\int f(x) dx$ .
- Da respuesta a los apartados siguientes:
  - Estudia la posición relativa de los planos  $\pi_1: mx - y + 2 = 0$  y  $\pi_2: 2x + 3y = 0$  en función del parámetro  $m$ .
  - Obtén la ecuación implícita del plano que pasa por los puntos  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(1, 0, 1)$  y  $C(0, 1, 0)$ .
  - Calcula el punto simétrico del punto  $P(1, 2, 3)$  con respecto al plano  $\pi: -x + z = 0$ .
- Da respuesta a los apartados siguientes:
  - Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de un mismo espacio muestral. Calcula  $P(A)$  si  $P(B) = 0.8$ ,  $P(A \cap B) = 0.2$  y  $P(A \cup B)$  es el triple de  $P(A)$ .
  - En un determinado lugar, la temperatura máxima durante el mes de julio sigue una distribución normal de media  $25^\circ\text{C}$  y desviación típica  $4^\circ\text{C}$ . Calcula la probabilidad de que la temperatura máxima de un cierto día esté comprendida entre  $21^\circ\text{C}$  y  $27.2^\circ\text{C}$ . ¿En cuántos días del mes se espera que la temperatura máxima permanezca dentro de ese rango?